

ШИФР Н-06

Олимпиадная работа
Муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике

учащегося 11 класса
муниципального автономного общеобразовательного учреждения
«Средняя политехническая школа №33»
Старооскольского городского округа

Кириченко Артёма Ивановича

Педагоги-наставники:
учитель математики
МАОУ «СПШ №33»
Косенко Максим Иванович,
учитель математики
МАОУ «СПШ №33»
Провоторова Елена Викторовна

Ответ: нет.

с открытой

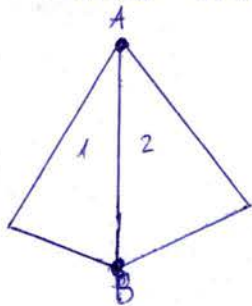
Доказательство: Пусть такая ситуация возможна, и n конвертов ($n \leq 7$) доставили лжецам, что означает, что n лжецов ответили „НЕТ“. Заметим, что $7-n$ конвертов доставили рыцарям. n рыцарей конверт с открыткой не доставили, что означает, что n рыцарей ответили „НЕТ“. Всего „НЕТ“ ответили $2n$ человек, что по условию 7 человек. Значит, лжецам доставили 3,5 открытки. Противоречие.

№2

Доказательство: Пусть a, b, c — исходные числа такие, что $a < b < c$. Пусть p — среднее арифметическое этих чисел, т.е. $\frac{a+b+c}{3} = p$. Заметим, что p — простое, значит целое, то есть $a+b+c \equiv 0 \pmod{3}$. Такая ситуация возможна, если каждое из чисел даёт одинаковые остатки при делении на 3 ($a \equiv b \equiv c \pmod{3}$), либо все они дают разные остатки при делении на три, что невозможно, так как одно число делалось бы на 3, а кроме 3 ни одно простое число на 3 не делится. Заметим, что числа a, b, c являются кэплетом, т.е. $1 \equiv a \equiv b \equiv c \pmod{2}$, что даёт нам сделать вывод: $a \equiv b \equiv c \pmod{6}$. Заметим, что a, b, c — последовательные простые числа, иными словами, b — единственное простое число на отрезке $[a, c]$. Заметим, что p принадлежит этому промежутку, значит $p = b$. Теперь рассмотрим ещё раз: $p = \frac{a+b+c}{3} \Leftrightarrow 2p = a+c \Leftrightarrow p = \frac{a+c}{2} \Leftrightarrow b = \frac{a+c}{2}$, т.е. b — среднее арифметическое чисел a и c , проще говоря $c-b = b-a = d$, и т.к. $a \equiv b \equiv c \pmod{6}$, то $d \equiv 0 \pmod{6}$.

№3

Доказательство: Проведём интересное наблюдение: боковые стороны могут отличаться друг от друга на целочисленную величину, меньшую, чем 2, что следует из неравенства треугольника $a < b + c$, где a, b, c — боковая и меньшая боковые стороны основания соответственно. Заметим, что раз вершины треугольников совпадают, а основания образуют замкнутую ломаную, то мы можем говорить о равенстве сторон, боковыми треугольниками являются (исходя из 2-го утверждения вершины при основании соседних треугольников совпадают). Заметим, что всего треугольников 19. Выберем треугольник со стороной 25. Заметим, что таких треугольников 2. В дальнейшем будем называть общую для двух треугольников сторону стыком.



AB — стык для треугольников 1, 2

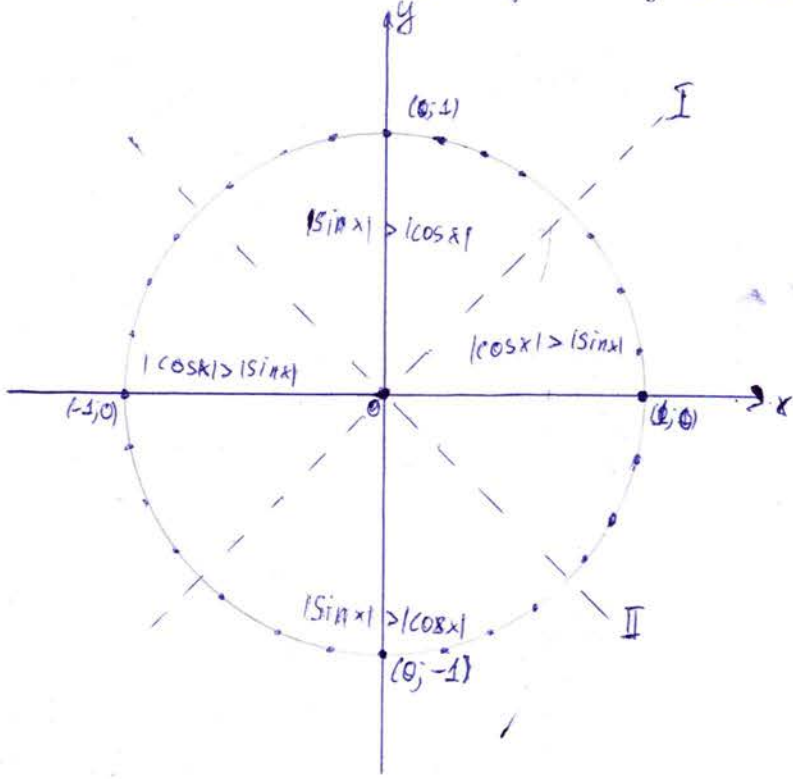
Ширина стыка при подсчёте учитывается дважды для длины всех периметров.

Научём стык длиной 25 километров. Из наблюдения длина его соседних стыков хотя бы $25-1=24$, их соседей - хотя бы 23, соседей соседей - хотя бы 22 и т.д. до 9 стыков по счёту при дальнейшем рассмотрении. Получается,

суммарная длина стыков - $25 + 2 \cdot 24 + 2 \cdot 23 + 2 \cdot 22 + 2 \cdot 21 + 2 \cdot 20 + 2 \cdot 19 + 2 \cdot 18 + 2 \cdot 17 + 2 \cdot 16 =$
 $= 25 + 2 \cdot (24 + 16 + 23 + 17 + 22 + 18 + 21 + 19 + 20) = 25 + 2 \cdot (4 \cdot 40 + 20) = 25 + 2 \cdot 180 = 385$ (может быть больше, но никак не меньше этого числа). Длина периметров в таком случае составит не менее $385 \cdot 2 + 19 \cdot 2 = 2 \cdot (385 + 19) = 2 \cdot 404 = 808$ единиц измерения.
 №4

Ответ: Будет ноль

Доказательство: Заметим, что $28:4$, и 1 вершина ^{пробитого} 28-угольника - на координатах $(1; 0)$, значит, есть точки на координатах $(0; 1)$, $(-1; 0)$, $(0; -1)$. Получается, оси координат являются осями симметрии для 28-угольника.



Заметим, что все точки можно разделить на группы по 4 точки, где абсолютные значения синусов и косинусов (знач соответствующих точек равны) (крайне точек где $|\sin x|=1$ и $|\cos x|=1$) Если оба игрока будут играть каждый, то игра закончится ничьей. В случае нарушения правил тактики одним игроком второй игрок может обернуть ситуацию в свою пользу (совершая ход, зеркально I или II, караванов). В противном случае второй игрок проиграет. Отметим, что когда один игрок поставил точку там, где выгоднее было бы поставить точку в другом, то выгодно ответить ему, заняв точку

на с/х, "выгодней четверти" как можно ближе к направляющей I или II. Таким образом, 1/11-06
 можно ввести к минимизации валовую для урожая, который изначально поставил свою точку
 зрения, "выгодней четверти"

65 (решение верно, но
 не верно основательно
 доказано в учебнике
 и, скорее)

№	Валовая	Ф.И.О., подпись
1	У	Мамалева О. Ю. Розанкова Н.С. <i>Нуж</i>
2	7	Григорьев Е.В. <i>Ст-</i> Красильников Т. П.
3	4	Морозово, р.ч
4	6	Степанова Н. П. <i>Л</i> Новикова Н.С. <i>рч</i>
5	X	Степанова Н. П. <i>Л</i> Новикова Н.С. <i>рч</i>
Итого	27	